série n°10

Exercice N°1

On Considère une fonction f définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ et dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$ $+\infty$	|| $-\infty$	$\nearrow$	-3

On note (ζ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1/ Répondre par vraie ou faux sans justification

a) 0 est un minimum local de f

b) La droite d équation :x = 2 est une asymptote à (ζ_f)

c) La droite d équation : y = -3 est une asymptote à (ζ_f)

d) La courbe (ζ_f) admet une asymptote oblique

2/ Déterminer le signe de f(x) pour $x \in]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

3/ Soit la fonction g définie par $g(x) = \ln(|f(x)|)$

a) Montrer que g est définie sur l'ensemble $\mathbb{R}\setminus\{-1, 2\}$

b) Donner le tableau de variation de g

Donner une allure de la courbe (ζ_g) de g dans un repère orthonormé

Exercice N°2

I- Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 1 + x + \ln x$

1/ Dresser le tableau de variation de g

2/a) Montrer que l'équation g(x)=0 admet une unique solution α sur $]0, +\infty[$ et que $0.27 < \alpha < 0.28$

b) En déduire le signe de g(x)

II- On considère la fonction f définie sur $[0, +\infty]$ par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x\ln(x)}{x+1} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 . Interpréter graphiquement le résultat

2/a) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

3/a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ .Interpréter graphiquement le résultat

b) Vérifier que $f(\alpha) = -\alpha$

c) Tracer (ζ_f)

Exercice N°3

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On donne les plan P et Q d'équations respectives $P: x+2y-2=0$ et $Q: 2x+z-8=0$

1/ Montrer que P et Q sont sécants et donner la représentation paramétrique de $\Delta = P\cap Q$

2/On considère S_m l'ensemble des points de l'espace ξ tel que :

$$x^2+y^2+z^2-2mx-2y+2(2m-3)z-12m+1=0$$

a) Montrer que S_m est une sphère pour tout réel m . Précise son centre I_m et son rayon

b) Déterminer l'ensemble des points I_m lorsque m varie dans $\mathbb{R}$

3/ Montrer que S_0 et Q sont sécants et déterminer leur intersection

Exercice N°4

On désigne par S l'ensemble des points M(x,y,z) tel que : $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$

1/ Montrer que S est une sphère de centre I et de rayon R à déterminer

2/ Soit P le plan d'équation cartésienne : 2x – 2y + z – 2 = 0 ; Caractériser $S\cap P$

3/ Soit P_m le plan dont une équation cartésienne est : $2mx+(1-2m)y+mz+1-2m=0$

a) Δ la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=-\alpha \\ y=-1 \\ z=2\alpha \end{cases}$; $\alpha\in\mathbb{R}$

Vérifier que Δ est incluse dans le plan P_m

b) Calculer la distance $d(I;P_m)$

c) Déterminer m, pour que P_m soit tangente à la sphère S et préciser le point du contact

Exercice N°5

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse proposée est exacte.
L'exercice consiste à cocher la réponse exacte sans justification.

A/ Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on donne le point S(1 ; −2 ; 0) et le plan P d'équation $x+y-3z+4=0$.

1. Une représentation paramétrique de la droite D passant par le point S et perpendiculaire au plan P est :

a- $\begin{cases} x=2+\alpha \\ y=-1+\alpha \\ z=1-3\alpha \end{cases}$ b- $\begin{cases} x=1+\alpha \\ y=-2-2\alpha \\ z=3\alpha \end{cases}$ c- $\begin{cases} x=2+\alpha \\ y=-1+\alpha \\ z=-3-3\alpha \end{cases}$, $\alpha\in IR.$

2. Les coordonnées du point d'intersection H de la droite D avec le plan P sont :

a $-\left(\frac{6}{5},\frac{-9}{5},\frac{3}{5}\right)$ b $-\left(\frac{7}{9},\frac{-2}{3},\frac{1}{3}\right)$ c $-\left(\frac{8}{11},\frac{-25}{11},\frac{9}{11}\right)$

3. La distance du point S au plan P est égale à

a- $\frac{\sqrt{11}}{3}$ b- $\frac{3}{\sqrt{11}}$ c- $\frac{9}{\sqrt{11}}$